

Methoden zur experimentellen und numerischen Analyse dynamisch belasteter Systeme am Beispiel eines Kurbeltriebs

Dipl. Ing. Elmar Woschke, Dipl.-Ing. Christian Daniel,

Otto-von Guericke-Universität, Institut für Mechanik, Lehrstuhl Technische Dynamik

Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg

Tel. : +49 391 67-11329

<mailto:{elmar.woschke}{christian.daniel}@ovgu.de>

Martin Schulz, Prof. Dr.-Ing. habil. Jens Strackeljan

Otto-von Guericke-Universität, Institut für Mechanik, Lehrstuhl Technische Dynamik

Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg

<mailto:{martin.schulz}{jens.strackeljan}@ovgu.de>

Zusammenfassung

Für die Auslegung komplexer technischer Systeme unter dynamischer Belastung stehen zahlreiche Anwendungsprogramme zur Verfügung. Am Beispiel eines Kurbeltriebs soll die Modellierungstiefe verschiedener Komponenten untersucht werden.

Aufgrund der nichtlinearen Kinematik und der dynamischen Belastung des Kurbeltriebs bietet die Verwendung von MKS¹-Programmen optimale Voraussetzungen zur Simulation eines derartigen Systems. Von entscheidender Bedeutung bei der Modellierung dynamischer Systeme ist dabei der Detaillierungsgrad der einzelnen Komponenten. Er beeinflusst die Güte der Ergebnisse und die für die Simulation benötigte Rechenzeit, wobei in aller Regel mit steigender Modellierungstiefe die Rechenzeit überproportional zunimmt. Parallel dazu stellt sich die Notwendigkeit der Validierung der numerischen Analysen unter Verwendung geeigneter experimenteller Methoden.

1 Einleitung

Die Verwendung von FE²-Systemen bzw. MKS-Programmen zur numerischen Untersuchung dynamisch belasteter Systeme stellt den aktuellen Stand der Technik dar. Dabei ist die Wahl der Simulationsmethode von den Anforderungen und dem speziellen Modell abhängig.

Bedingt durch die nichtlineare Kinematik und die dynamischen Belastungen sind MKS-Programme prädestiniert für die numerische Analyse eines Kurbeltriebs. Aufgrund der Komplexität des Systems ist nicht a priori bekannt, welche physikalischen Effekte für die Abbildung der signifikanten Eigenschaften zu berücksichtigen sind. Aus diesem Grund ist die Modellierung einzelner Komponenten ein nichttriviales Problem, welches die Ergebnisse einer jeden Simulation massiv beeinflussen kann.

Am Beispiel des Kurbeltriebs sollen in diesem Beitrag die verschiedenen Modellierungsgrade mit den zugehörigen Güten dargestellt und ihr Einfluss auf ausgewählte Simulationsergebnisse dokumentiert werden. Dieser Beitrag gibt einen Überblick über derzeit verfügbare Methoden, er hat nicht das Ziel, Berechnungsergebnisse konkreter konstruktiver Ausführungen von Kurbeltrieben darzustellen.

¹ Mehrkörpersimulation

² Finite Elemente

2 Problemstellung

Bei der Auslegung eines Kurbeltriebs stellen sich primär die Fragen nach der Lebensdauerabschätzung der Lager und der Bestimmung der Sicherheitsfaktoren der Bauteile bezüglich der durch die dynamischen Lasten bedingten Spannungen.

Für die Lebensdauerabschätzung ist ein geeignetes Modell der Lager notwendig, wobei die Modellierungstiefe von starren Gelenken und Zwangsbedingungen über lineare oder nichtlineare Feder-Dämpfer Modelle bis hin zur kompletten Abbildung der Gleitlager (Kennfeldlösung, Reynolds-DGL³) bzw. Wälzlager (Kontakt einzelner Wälzkörper mit Innen- und Außenring) problemspezifisch variiert werden kann.

Für die Berechnung der wirkenden Spannungen ist die Implementierung elastischer Körper in das Mehrkörpersystem notwendig. Aufgrund der Struktur des zu lösenden Differentialgleichungssystems ist im Vergleich zu FE-Programmen nur eine geringe Anzahl an Freiheitsgraden praktikabel, was Reduktionen der Modellgröße unumgänglich macht.

Selbstverständlich existieren Koppelwirkungen zwischen der Art der Lagermodellierung und der Einbindung elastischer Körper, welche sich sowohl auf die Spannungen als auch auf die Lebensdauerabschätzung der Lager auswirken.

Ferner kann auch die Art der Modellierung der Nebenaggregate (Wechselwirkungen der Hydraulik mit der Struktur, Berücksichtigung der Ketten- und Riemensysteme) sich auf die Ergebnisgrößen auswirken. Aber auch die Kopplung zu anderen Feldproblemen (Temperatureinfluss) kann für die Berücksichtigung spezifischer Effekte notwendig sein.

Zur Validierung der Ergebnisse der Simulationen sind experimentelle Untersuchungen unumgänglich. Die Abbildung der elastischen Eigenschaften kann durch experimentelle Modalanalyse überprüft werden, die Lagerkräfte indirekt durch die Applikation von Dehnungsmessstreifen.

3 Berechnung

Die Modellbildung zur Berechnung des Kurbeltriebs besteht aus einer Vielzahl von separaten Schritten. Bedeutenden Einfluss haben dabei die gewählten Systemgrenzen, die Abbildung der Lagerstellen und die Berücksichtigung elastischer Komponenten (siehe Abbildung 3-1).

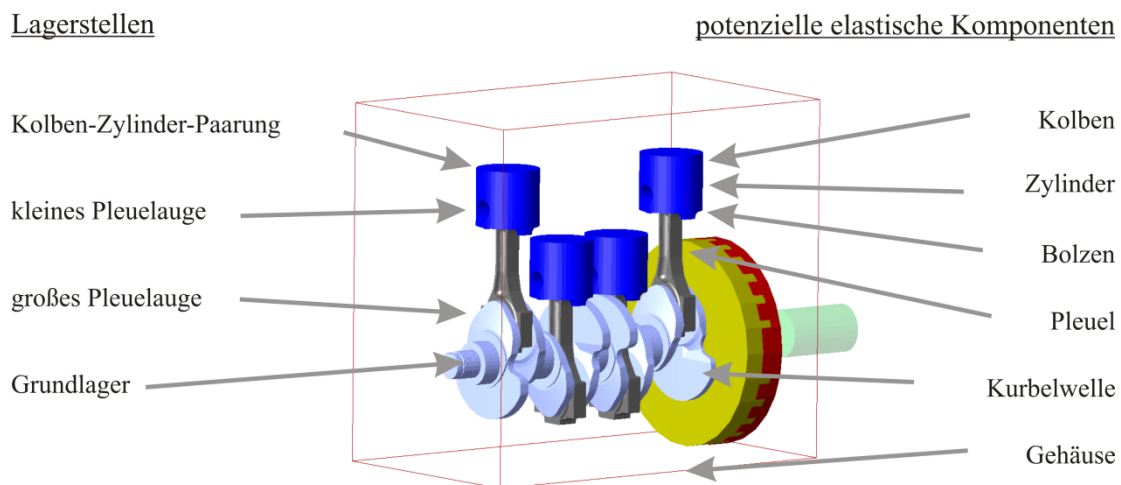


Abbildung 3-1: Kurbeltrieb – Lagerstellen, potentiell elastische Komponenten

³ Differentialgleichung

3.1 Lagermodellierung

Die einfachste Form der Modellierung der Lager ist durch die Verwendung von Gelenken bzw. Zwangsbedingungen gegeben, welche sich lediglich in der Berücksichtigung innerhalb der Differentialgleichungen unterscheiden [1]. Die Abschätzung der Lebensdauer erfolgt unter Verwendung der dynamische Lagerlasten (Gelenkräfte oder Zwangskräfte).

Da eine Abbildung der Lager durch starre Ankopplungen nicht korrekt ist, muss die Nachgiebigkeit berücksichtigt werden. Dazu können Feder-Dämpfer Elemente genutzt werden, welche sowohl definierte lineare als auch nichtlineare Koeffizienten besitzen können.

Wird der Bereich dieser trivialen Modellierung verlassen und sollen detaillierte Untersuchungen vorgenommen werden, ist die Abbildung der physikalischen Vorgänge innerhalb des Lagers notwendig. Hierbei können zusätzliche Größen (kleinster Schmierpalt, maximaler Druck) zur Dimensionierung der Lager herangezogen werden.

3.1.1 Gleitlager

Auch für die Abbildung der Gleitlager stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, welche sich grundlegend einteilen lassen in Kennfeldlösungen und Verfahren, bei denen die Reynolds-DGL in jedem Schritt gelöst wird.

3.1.1.1 Kennfeldlösung

Die gebräuchlichste Variante ist die Verwendung von Kennfeldern, da der rechentechnische und organisatorische Aufwand überschaubar bleibt.

In Abhängigkeit der Exzentrizität werden für definierte Lagergeometrien Tragkraftkennfelder (meist dimensionslos) erstellt und für die Simulation hinterlegt. Innerhalb der Simulation beschränkt sich die Berechnung auf Interpolation zwischen den definierten Werten.

Nachteile dieser Vorgehensweise:

- Erstellung der Kennfelder für die spezifischen Lagerabmessungen und die Lagergeometrie vor der Simulation,
- Keine Berücksichtigung der Schiefstellung des Lagers oder im Lager möglich,
- Keine Berücksichtigung lokaler Elastizitäten möglich.

3.1.1.2 Reynolds-DGL

Sind die Nachteile der Verwendung von Kennfeldlösungen dominant, muss die Reynolds-DGL

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{12\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\rho h^3}{12\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \right] = u_m \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (3-1)$$

in jedem Zeitschritt auf einem vorgegebenen Gitter gelöst werden. Das Vorgehen dazu ist in Abbildung 3-1 am Beispiel des Pleuellagers dargestellt.

Zunächst wird die Position und Geschwindigkeit der Welle in Bezug auf die Lagerschale durch die Simulationssoftware „gemessen“, wodurch sich Spalt- und Spaltänderungsgeschwindigkeit berechnen lassen. Mit diesen Eingangsgrößen und allen notwendigen Lagerdaten, kann in einem separaten Hydrodynamikmodul, welches durch eine nutzergeschriebene Routine implementiert wurde, die Druckfunktion auf einem definierten Gitter berechnet werden. In Abhängigkeit der Modellierungstiefe werden anschließend die aus der Druckverteilung resultierenden Lasten als verteilte Lasten oder resultierende Lagerkräfte auf das System aufgeprägt [2].

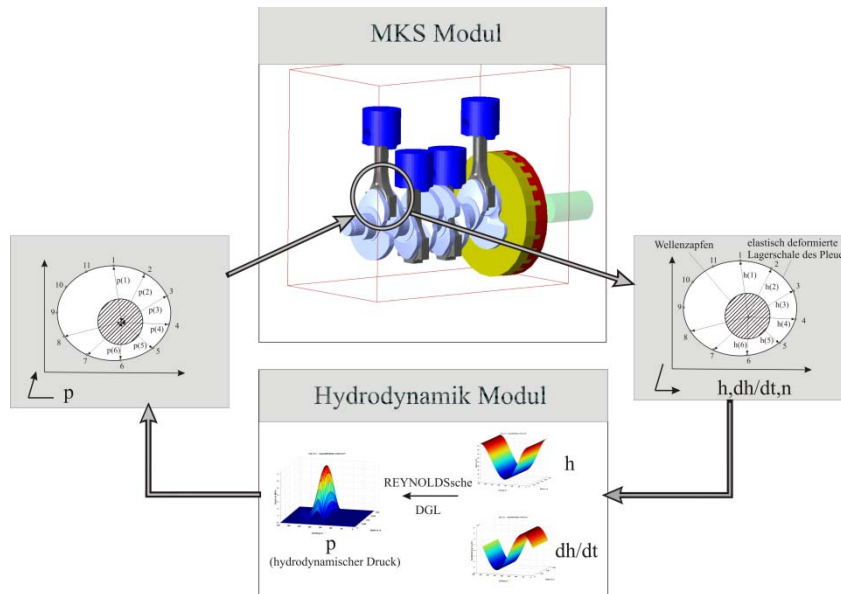


Abbildung 3-2: Einbindung Gleitlager in die MKS-Umgebung [2]

Dieses Vorgehen kann genutzt werden, um sowohl HD⁴- als auch EHD⁵-Gleitlager abzubilden.

3.1.1.2.1 Gleitlager PTP (HD)

Die Berücksichtigung der Verbindung zwischen Welle und Lagerschale erfolgt über zwei definierte Marker. Beide Lagerpartner sind starr und können sich nicht lokal verformen. Als Eingangsgrößen werden Spalt und Spaltänderungsgeschwindigkeit als Differenz zwischen beiden Markern gemessen (siehe Abbildung 3-3). Da auch die Winkeldifferenz messbar ist, kann die Schiefstellung der Welle im Lager berücksichtigt werden, wodurch das Lager nicht nur eine resultierende Lagerkraft und ein definiertes Reibmoment besitzt, sondern auch ein aus der Schiefstellung resultierendes Moment enthalten ist [3].

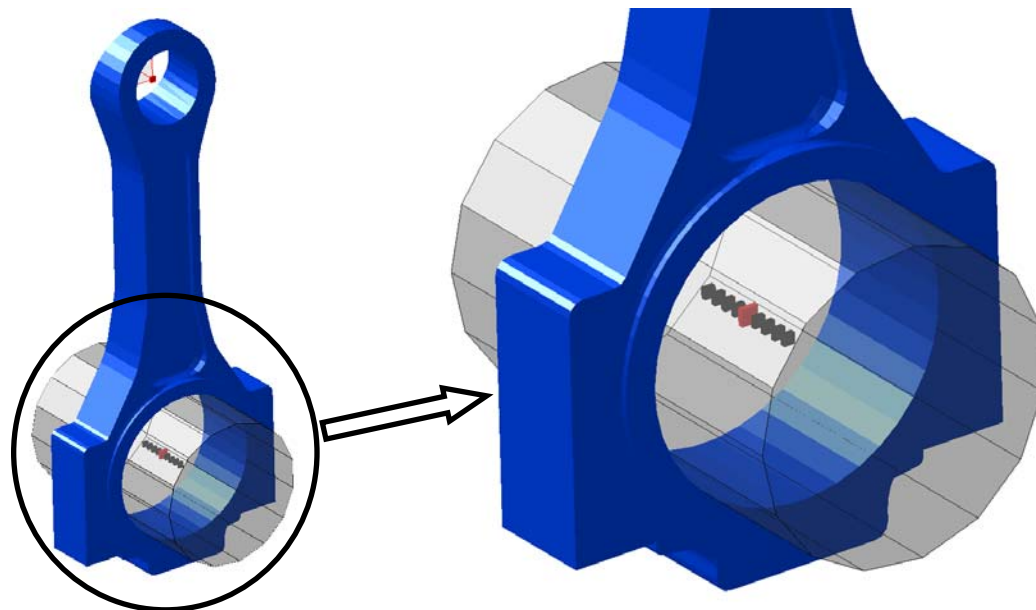


Abbildung 3-3: PTP Gleitlager (HD)

⁴ Hydrodynamik (keine Berücksichtigung lokaler Deformationen)

⁵ Elasto-Hydrodynamik

3.1.1.2.2 Gleitlager EHD

Bei dieser Modellierungsvariante können sowohl Welle als auch Lagerschale als elastischer Körper ausgeführt werden. Da eine Abbildung der Welle durch Balkenelemente meist eine ausreichende Näherung darstellt, muss nur die Lagerschale als Volumenkörper definiert werden. Besteht die Notwendigkeit der Berücksichtigung beider Lagerpartner als Volumenelemente, ergeben sich eine Vielzahl von Interpolationsproblemen [4].

Bedingt durch das verwendete Verfahren und um Interpolationen zu vermeiden, wird die Lagerschale mit einem regelmäßigen Netz versehen. Die Spaltfunktion und Spaltänderungsgeschwindigkeit werden zwischen jedem Marker der Welle und der Schale bestimmt (siehe Abbildung 3-4). Damit ist implizit jegliche Deformation und Schiefstellung enthalten.

Die Reaktionskräfte werden als verteilte Lasten auf alle Marker aufgeprägt [3].

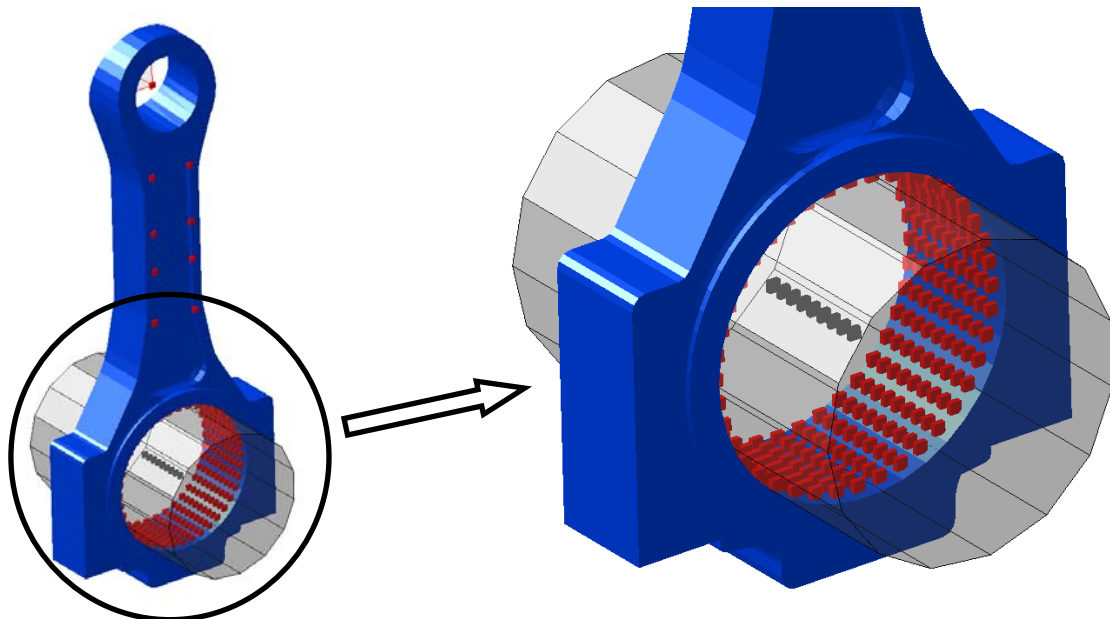


Abbildung 3-4: Gleitlager EHD

3.1.1.3 Ausgewählte Ergebnisse der Gleitlagermodelle im Pleuellager

Die berechneten Lagerkräfte und Wellenverlagerungen stellen sich bei den verschiedenen Modellierungsvarianten wie folgt dar (Abbildung 3-5). Diesen Simulationen liegt ein real gemessener Gasdruckverlauf am Pleuellager zugrunde.

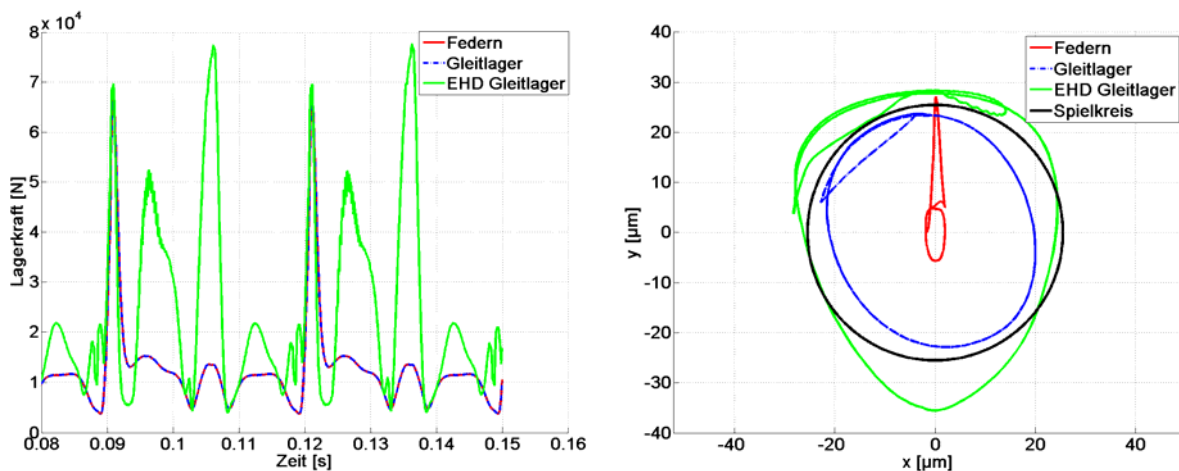


Abbildung 3-5: Lagerkräfte (links), Wellenverlagerung (rechts)

Die Lagerkräfte unterscheiden sich nur in der EHD-Modellierungsstufe nennenswert. Das HD-Gleitlager und die Feder-Modellierung liefern nahezu identische Ergebnisse. Dies ändert sich jedoch bei der Betrachtung der Wellenverlagerung in der Lagerschale. Diese Ergebnisgröße ist für die Auslegung der Gleitlager besonders wichtig, da damit der kleinste auftretende Schmierpalt berechenbar ist. Die Unterschreitung eines Grenzwerts kann bei Berührungen zwischen Rauigkeitsspitzen der Welle und Schale zu Mischreibungssituationen führen. In der Darstellung der Wellenverlagerung ist auffällig, dass diese im EHD-Fall größer ist, als der ursprüngliche Spielkreis, was auf elastische Deformationen der Lagerschale zurückzuführen ist.

3.1.2 Wälzlager

Unter der Prämisse der Reibungsreduktion besteht der Wunsch an geeigneten Lagerstellen die meist vorhandenen Gleitlager durch Wälzlager zu ersetzen. Dieses Vorgehen ist allerdings nur dann sinnvoll, wenn eine ausreichende Lebensdauer der Wälzlager garantiert werden kann. Forschungsarbeiten hierzu laufen an der Otto-von-Guericke Universität im Rahmen des Forschungsprojektes COMO⁶. Zur realitätsnahen Abbildung ist die Berücksichtigung des Kontakts zwischen allen beteiligten Elementen des Wälzlagers notwendig.

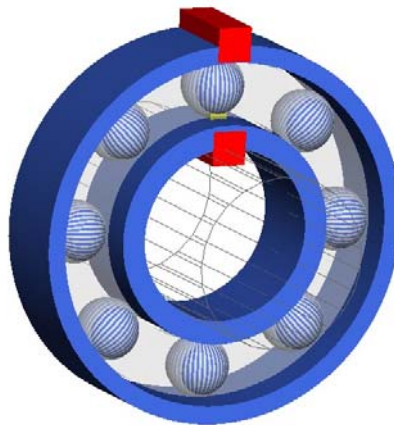


Abbildung 3-6: Wälzlager

Abbildung 3-6 zeigt die grundlegende Struktur des mechanischen Modells. Alle abgebildeten Körper (Innenring, Wälzkörper, Außenring) sind massebehaftet und stehen untereinander im Kontakt. Die Erkennung und die Bestimmung der Kontaktkräfte werden durch ein eigenes Programmpaket umgesetzt. Durch die Auswertung der lokalen Kontaktkräfte an einem definierten Wälzkörper kann der zugehörige Spannungszustand bestimmt werden. Mit diesen Informationen sind Lebensdauerabschätzungen möglich.

3.2 Berücksichtigung elastischer Komponenten – Spannungsberechnung

Aufgrund der Auswirkungen der Elastizität einzelner Bauteile auf die Lebensdauerabschätzung der Lager sowie der Notwendigkeit der Spannungsberechnung kritischer Komponenten, ist die Berücksichtigung elastischer Komponenten in MKS-Systemen oftmals notwendig.

Die Einbindung erfolgt dabei meist ausgehend von einem FE-Modell, welches bedingt durch die Freiheitsgradrestriktionen gängiger MKS-Systeme und die Vorteile des Modalraums auf eine endliche Zahl modaler Freiheitsgrade reduziert werden muss. Dabei ist die Frage, wie viele modale Freiheitsgrade Verwendung finden kritisch, da dadurch die abbildbaren Verformungszustände definiert werden. Speziell bei sehr lokal wirkenden Lasten, werden Eigenformen benötigt, deren zugehörige Eigenfrequenz um ein Vielfaches höher liegen kann, als die höchste im Anregungssignal enthaltene Frequenz, welche meist als Abschätzungskriterium dient.

⁶ Competence in Mobility

Das in Abbildung 3-4 dargestellte EHD-Modell des Pleuels wurde mit zwei verschiedenen Modalmatrizen reduziert, was für entsprechende Gleitlagerberechnungen, zu den in Abbildung 3-7 dargestellten Deformationen der Lagerschale und resultierenden maximalen Drücken führte.

Speziell bei der Berücksichtigung von EHD-Kontakten, ist die Anzahl der zu verwendenden Eigenmoden eine essentielle Größe, damit physikalisch sinnvolle Ergebnisse berechnet werden.

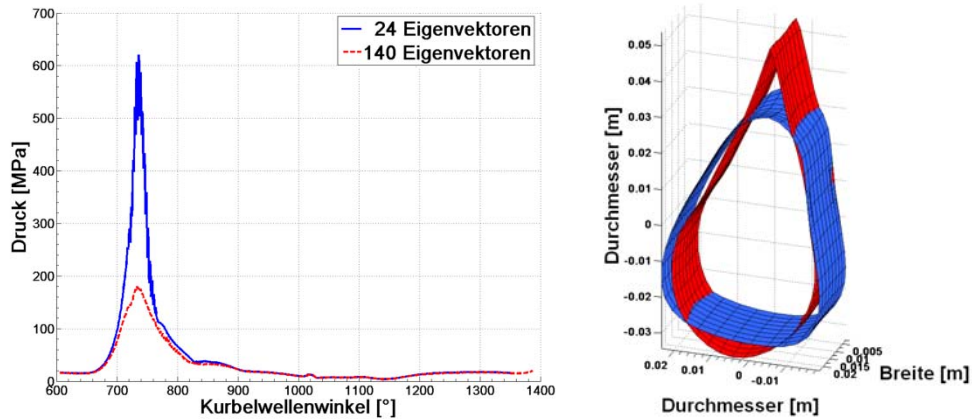


Abbildung 3-7: Probleme der modalen Reduktion [5]

Stehen nicht die Lagerkräfte sondern die Spannungen des Bauteils im Vordergrund, ist es notwendig, die aus dem MKS-System berechneten Lasten (äußere Lasten, Reaktionskräfte, Beschleunigungen etc.) zu exportieren und auf das FE-Modell aufzuprägen. Dabei ist es dem Anwender überlassen, ob die vorangegangene Mehrkörpersimulation die elastischen Eigenschaften berücksichtigt oder nicht. Das Problem der Berechnung der Spannungen ist durch die statisch unbestimmte Lagerung des Modells determiniert, welche zwar im MKS-System durch die verschiedenen Lagerungsmethoden abbildbar ist, im FE-System aber eine statische Rechnung unmöglich macht. Auch transiente Rechnungen sind nicht trivial durchzuführen, da sich das System unter Aufprägung aller Lasten für einen definierten Zeitpunkt zwar im Gleichgewicht befindet, aber bereits kurz darauf die Wirkung der Beschleunigungen diesen Gleichgewichtszustand stört. Damit stellt sich die Frage nach dem Zeitraum für die transiente Analyse, welcher zwar die Trägheitseffekte berücksichtigt, in dem sich aber die Lage der wirkenden Kräfte, welche richtungstreu definiert sind, noch nicht maßgeblich verändert hat.

Für das definierte Modell des Kurbeltriebs wurde die Kurbelwelle auf diese Weise untersucht, was zu den Spannungen führte, welche in Abbildung 3-8 dargestellt sind.

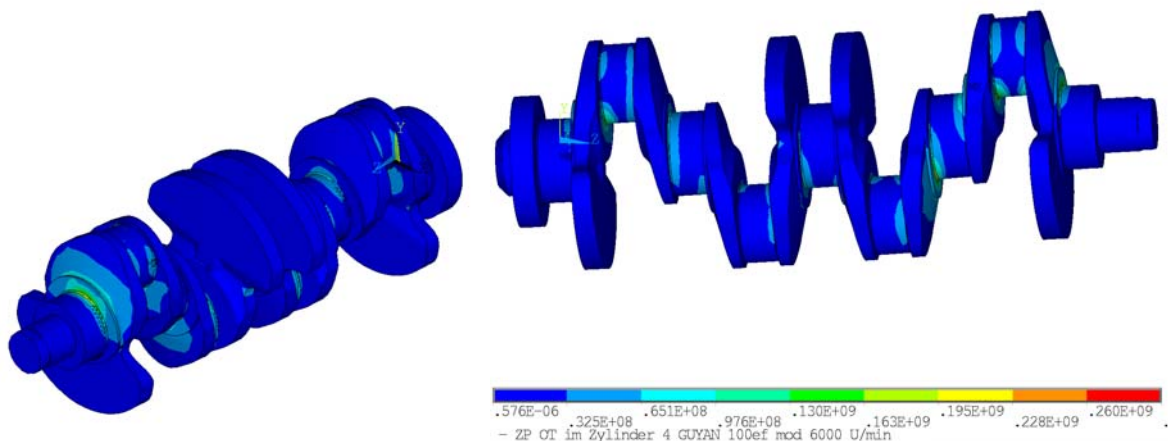


Abbildung 3-8: Spannungen $[N/m^2]$ Kurbelwelle (von Mises)

3.3 Mehrfeldproblematik

Werden alle Effekte durch die Lagermodellierung und die Einbindung elastischer Eigenschaften in einem Detaillierungsgrad, der der Anwendung angepasst ist, berücksichtigt, bleibt die Frage, ob es zusätzliche Koppeffekte gibt, die sich auf das elastische Feldproblem auswirken.

Diese sind z.B. anwendungsbedingt durch die Verbindung der elastischen Deformationen zu den thermischen Lasten gegeben. Aufgrund der vorherrschenden Temperaturen und Temperaturänderungen, verformt sich die elastische Struktur, was zu einer Auswirkung auf die Spannungen hat, zum anderen aber auch auf die Lagereigenschaften. In vielen Bereichen sind die thermischen Deformationen dominant gegenüber den mechanischen (Kolben-Zylinder-Paarung).

Da es sich hierbei nicht um Standardfunktionalitäten handelt, können nur selbstgeschriebenen Routinen zur Anwendung kommen. Analog zu den elastischen Eigenschaften müssen aus Rechenzeitgründen auch die thermischen Zustandsvariablen eine Reduktion erfahren, welche sich vorteilhaft unter Verwendung einer thermischen Modalmatrix durchführen lässt. Die Berücksichtigung der Kopplung kann durch Einbindung der thermischen Eigenmoden in die mechanische Modalmatrix erfolgen, wodurch sichergestellt wird, dass die mechanischen Eigenmoden die Deformationen aufgrund thermischer Lasten abbilden können [6].

Unter Verwendung einer analogen Vorgehensweise können auch piezoelektrische Elemente und ihre Koppeffekte zum mechanischen Feldproblem implementiert werden [7].

4 Messung

Zur Validierung der Simulationen sind Messungen geeigneter Ergebnisgrößen und Parameter notwendig. Dazu zählen zum einen die Eigenmoden des Systems, um Aussagen über die korrekte Abbildung des dynamischen Verhaltens aller elastischen Körper treffen zu können. Zum anderen ist die Überprüfung der Lagerkräfte (als prinzipiell messbare Größen) notwendig, um die Lagermodellierung zu verifizieren.

4.1 Experimentelle Modalanalyse

Die experimentelle Modalanalyse bestimmt die Eigenvektoren eines schwingungsfähigen Systems, d.h. die möglichen Schwingformen des Systems. Die Eigenvektoren enthalten die Massen- und Steifigkeitseigenschaften eines Systems, daher besitzen sie die Eignung zum Abgleich eines Rechenmodells mit einem realen Messobjekt. Ist der Grad der Übereinstimmung der Eigenvektoren hoch, sind die getroffenen Annahmen bei der Modellerstellung realitätsnah. Der Vergleich der Eigenvektoren erfolgt über die MAC Matrix, welche in jedem Element (i,j) das Ergebnis des normierten Skalarprodukts zwischen dem i-ten berechneten und dem j-ten gemessenen Eigenvektor darstellt.

$$MAC_{i,j} = \frac{(\phi_i^T \cdot W \cdot \phi_j)^2}{(\phi_i^T \cdot W \cdot \phi_i) \cdot (\phi_j^T \cdot W \cdot \phi_j)} \quad (4-1)$$

W bezeichnet die Wichtungsmatrix des Skalarprodukts (mechanisch korrekt die Massenmatrix, experimentell meist die Einismatrix).

Am Beispiel der Kurbelwelle ergeben sich die in Abbildung 4-1 dargestellten Zusammenhänge zwischen Messung und Rechnung bzgl. der Eigenvektoren und Eigenfrequenzen. Die ermittelte Übereinstimmung ist sehr gut und verdeutlicht die ausreichende Güte des gewählten Modells. Damit kann zumindest für die Problemstellung der modalen Reduktion eine Abschätzung der Lösungsgüte vorgenommen werden.

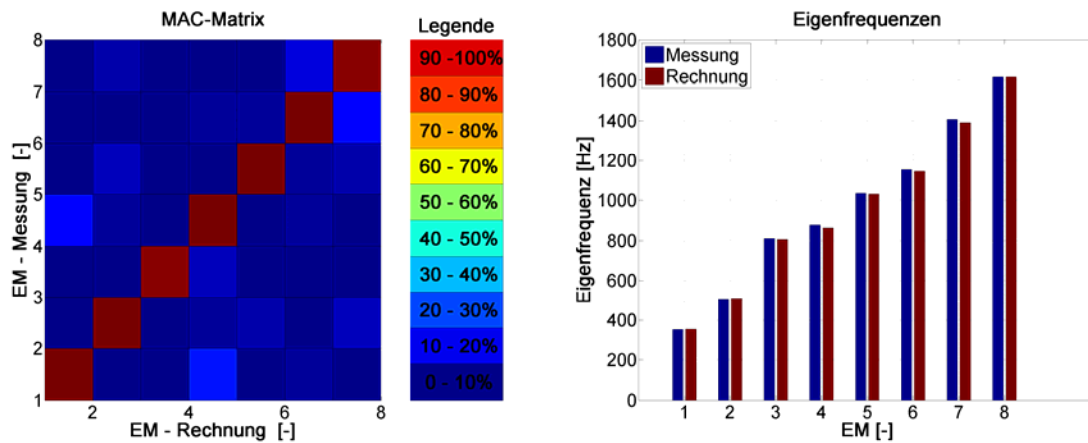


Abbildung 4-1: Vergleich: Messung – Rechnung

4.2 Validierung mittels Lagerkraftmessung der Grundlager

Die experimentelle Ermittlung der Lagerkräfte erfolgt durch Kraftmessdosen oder sogenannte Wägezellen. Alternativ lassen sich Lagerkräfte auch indirekt über die Messung kinematischer Größen bestimmen. Dazu wird jedoch die Übertragungsfunktion zwischen Lagerkraft und der gemessenen kinematischen Größe benötigt. Diese ist in Abhängigkeit der Art der Krafteinleitung im Lager nicht ohne Weiteres bestimmbar.

Die Lagerkraftmessung am Grundlager ist experimentell schwierig umzusetzen, da die Zugänglichkeit im Zylinderkurbelgehäuse begrenzt ist. Zudem ist der Lagerstuhl massiv, d.h. eine klassische Kraftmessdose lässt sich nicht in den Weg des Kraftflusses einfügen.



Abbildung 4-2: Lagerstuhl eines Kurbeltriebs

Um dennoch Aussagen über die Lagerkräfte zu ermöglichen, erfolgt die Bestimmung indirekt durch Messung der Dehnungen am Lagerdeckel, die sich aus dem Biegezustand ergeben, wenn der Wellenzapfen diesen radial belastet. Die Dehnungen an der Oberfläche des Lagerdeckels werden mit Dehnungsmesstreifen gemessen. Aus vorhergehenden Kalibrierungen lässt sich die Lagerkraft aus diesen Dehnungen ableiten.

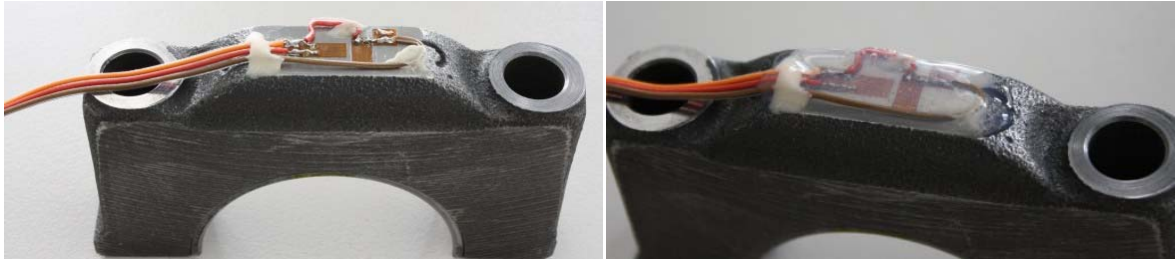


Abbildung 4-3: Dehnungsmesstreifen auf Lagerdeckel ohne Schutzfilm (links), mit Schutzfilm (rechts)

Zum Schutz der empfindlichen Verkabelung und der Folien der Messstreifen wird die Messstelle mit einem Schutzfilm versiegelt. Dieser schützt vor mechanischen Einflüssen und ist bis 250°C temperaturbeständig.

Um einen Zusammenhang zwischen der wirkenden Lagerkraft und den auftretenden Dehnungen zu erhalten, wird das System statisch kalibriert. Dazu wird eine definiert Kraft auf den Lagerdeckel aufgeprägt, und die Brückenverstimmung der Messbrücke bestimmt. Die zugehörigen Arbeiten zur Vermessung im realen Betrieb sind noch nicht abgeschlossen.

5 Fazit

Wie dargestellt können unter Verwendung nutzergeschriebener Routinen in Kombination mit kommerziellen Programmen verschiedene Modellierungsstufen der Lagerungen in komplexen dynamischen Systemen umgesetzt werden, was sich in den maßgeblichen Größen der Lebensdauerberechnung widerspiegelt.

Zudem wurden Validierungsmöglichkeiten dargestellt, aus welchen sich Aussagen über die Modellgüte ableiten lassen. Die vorgestellten Simulationsmethoden und Vorgehensweise zur Validierung wurden im Rahmen des Forschungsprojekts COMO entwickelt, sind aber prinzipiell auch auf andere Systeme anwendbar.

Literatur

- [1] Bestle, D.: Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen, Springer-Verlag, 1994
- [2] Daniel, C., Woschke, E., Strackeljan, J.: Integration von Tribosystemen in MKS Modelle am Beispiel von Motorkomponenten, Tagungsband 8. Magdeburger Maschinenbau-Tage, C1, 2007
- [3] Daniel, C., Strackeljan, J., Woschke, E.: Modellierung von Gleitlagern in rotordynamischen Modellen, SIRM, 2009
- [4] Nitzschke, S., Woschke, E., Daniel, C., Strackeljan, J.: Simulation der Kolbendynamik unter Berücksichtigung der EHD-Kopplung, Tagungsband 9. Magdeburger Maschinenbau-Tage, 2009
- [5] Woschke, E., Daniel, C., Strackeljan, J.: Reduktion elastischer Strukturen für MKS Anwendungen, Tagungsband 8. Magdeburger Maschinenbau-Tage, C3, 2007
- [6] Woschke, E., Strackeljan, J., Daniel, C.: Einbindung thermischer Zustandsvariablen in Mehrkörpersysteme, SIRM, 2009
- [7] Heckmann, A.: Thermoelasticity in Multi-Body Dynamics, Dissertation, Universität Hannover, 2005